

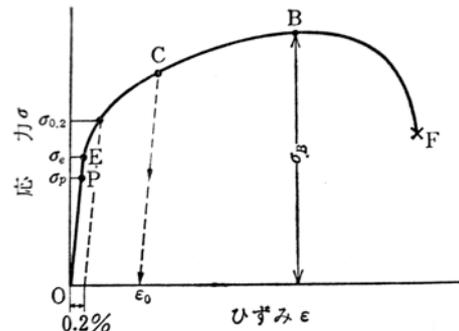
**問題 1.** 「化学実験のためのセンサーとエレクトロニクス」の授業の中では以下のメッセージを強調しました：

- (a) 現在最新の技術であっても、いずれ古くなる。
- (b) 「目的」と「目標」を切り離して考え、実行することが重要。  
そして、化学実験法に習熟することは、化学で良い研究をするという「目的」のための「目標」として重要である。

あなたのこれまでの実生活の経験の中で、(a) あるいは (b) で思い当たることを述べてください。

問題 2. 以下の文章を読み、問に答えよ。

金属棒を引き伸ばす時、棒に働く応力 $\sigma$ とひずみ $\epsilon$ は、典型的には右図のような変化を示す。ひずみが小さいうちは応力とひずみの間には比例関係  $\sigma = k\epsilon$  が成立する (O→P)。ひずみが大きくなると比例関係が成り立たなくなり (P→E)、さらに力をかけると外部からの負荷を取り除いてもひずみが残る (永久ひずみ) ようになる (E→F)。無視できないひずみ (通常 0.2 %) が残る応力を耐力と呼ぶ。さらに負荷を増すと応力に最大値 (B。引っ張り強さ) が現われ破断 (F) に至る。耐力あるいは引っ張り強さは材料組織に強く依存し、鋼の場合には熱処理で引っ張り強さは大きく変化する。



実際の装置等に力が加わる場合は、金属棒の引き延ばしほど応力の分布は単純でなく、負荷のかかり方及び装置の形状によって大きく変化する。たとえば円筒型のガスボンベにガスを詰める場合、ボンベの長さ方向と円周方向では働く応力には大きな違いがある。

問 2-1. 直径 1.0 mm のステンレス針金に重りをぶら下げる。ステンレスの引っ張り強さを 500 MPa とし、どれぐらいの重さにまで耐えられるか求めよ。

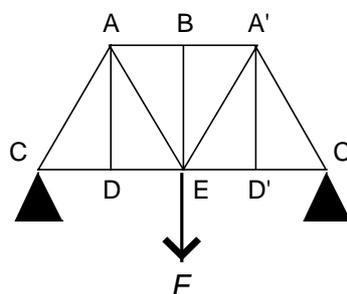
問 2-2. 一端引張るのを止めて ( $\sigma = 0$ ) 永久ひずみ  $\epsilon_0$  の生じたところから再び引っ張り始めると、図中の破線を逆方向にたどって変化し C 点に達するまでほぼ弾性的な変化 (永久ひずみが無視できる) を示す。つまり見かけ上、材料強度・耐力が増加する。こうした現象を何と呼ぶか。またこれと関わって、鋼の場合、熱処理で引っ張り強さが大きく変化する理由について簡潔に述べよ。

問 2-3. (下線部に関わって) ボンベの側面に抵抗線を貼り付けておけば電気抵抗の変化からひずみの大きさを知ることができる。厚さ 3 mm の鉄板を溶接して作った直径 30 cm のボンベに 3 MPa の LPG を詰めた時、長さ方向に平行に抵抗線を貼り付けた場合、ボンベの変形によって電気抵抗はどれぐらい変化すると思われるか。また円周方向に貼り付けた場合の抵抗変化はどうか。鉄のヤング率  $k$  を 200 GPa とする。

問 2-4. 真鍮の板に鋼製のパンチを使って穴を打ち抜く作業を考える。開ける穴が小さいほど、パンチに使う鋼に求められる圧縮強さが大きくなることを説明せよ。

問題 3. 下記の文章を読み問に答えよ。

図のように細い棒を使って骨組み構造（トラス構造）を組み立て、E に  $F$  の荷重をかけた（ $\triangle ACE$  は正三角形）。こうした場合、このトラス構造では上部の棒に圧縮、下部の棒に引っ張りの力がかかる。



これと同様に板を曲げるとき、板には圧縮と引っ張り、両方の力がかかる。中立面から距離  $r$  の位置で働く応力  $\sigma$  は曲げのモーメント  $M$  と断面 2 次モーメント  $I$  を用い  $Mr/I$  で与えられ、応力の最大値は曲げのモーメント  $M$  と断面係数  $Z$  の比  $M/Z$  で与えられる。

断面が幅  $b$  厚み  $h$  の長方形の板の場合、断面 2 次モーメント  $I$  は  $bh^3/12$  で与えられる。したがって断面係数  $Z$  は【 イ 】である。もしこの板を接着剤で 2 枚張り合わせて厚みを  $2h$  にしたら、同じ荷重に対して板の曲がり具合は【 ロ 】分の 1 になり、許容される最大荷重は【 ハ 】倍になると期待される。同様に直径  $d$  の丸棒について断面 2 次モーメントは  $\pi d^4/64$  で与えられる。直径 2 mm のステンレス棒を直径 4 mm のものに変えると、同じ荷重に対して棒の曲がり具合は【 ニ 】分の 1 になり、許容される最大荷重は【 ホ 】倍になると期待される。

問 3-1. 図のトラス構造で棒 AE に働く力はいくらか（圧縮はマイナス）？またトラスを安定に支える上では必ずしも差し支えない棒をすべて挙げよ。

問 3-2. 文中【 イ 】～【 ホ 】に適切な式、数字を記せ。

問題 4. 最小 2 乗法について次の文章を読み問に答えよ。

ある因子が  $x$  の時の注目する物性値の測定値を  $y$  とし、 $x$  を変化させて  $N$  個のデータの組  $\{(x_i, y_i)\}$  を得たとする。それぞれの測定値  $y_i$  に見込まれる不確かさ (分散  $\sigma_y^2$ ) が等しい時、 $y$  が  $x$  に依存しないとするモデル  $y = b$  を採用して、標本分散  $s^2$  が最小になるように決めた  $b$  の推定値  $b^\circ$  は  $x$  の標本平均  $\bar{x}$  に等しい。 また推定値  $b^\circ$  の不確かさは、測定値の標本標準偏差  $s$  を用いて評価できる。

同様にモデル  $y = ax + b$  を採用した時、分散が最小になるように決めた  $a, b$  の推定値  $a^\circ, b^\circ$  は、 $S_{xx} = \sum_i x_i^2$ 、 $S_x = \sum_i x_i$ 、 $S_{yy} = \sum_i y_i^2$ 、 $S_y = \sum_i y_i$ 、 $S_{xy} = \sum_i x_i y_i$  とすると、それぞれ  $a^\circ = [ \quad \text{イ} \quad ]$ 、 $b^\circ = [ \quad \text{ロ} \quad ]$  で与えられる。また測定値の分散  $\sigma_y^2$  は次式で評価できる。

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{N-2} (S_{yy} - b^\circ S_y - a^\circ S_{xy})$$

また推定した  $a^\circ, b^\circ$  の分散  $\sigma_{a^2}, \sigma_{b^2}$  は  $\sigma_y^2$  を用いて  $\sigma_{a^2} = [ \quad \text{ハ} \quad ]$ 、 $\sigma_{b^2} = [ \quad \text{ニ} \quad ]$ 、で与えられる。

問 4-1. 下線部について  $b = \bar{x}$  の時に分散が最小になることを示せ。

問 4-2. 文中  $[ \quad \text{イ} \quad ] \sim [ \quad \text{ニ} \quad ]$  に当てはまる適切な数式を記せ。

問 4-2.  $y = ax$  というモデルに適用した時、推定されるパラメータ  $a^\circ$  を  $S_{xx}$ 、 $S_{xy}$ 、 $S_{yy}$ 、 $S_x$ 、 $S_y$  を用いて表せ。

問 5. 瓶に入った BB 弾を 20 個取り出してそれぞれの重さを量る実験を、何組かの学生グループが行った。瓶は 3 種類用意され、それぞれにちがうロットの BB 弾が入っていたのだが、どの瓶から BB 弾を取り出したか忘れてしまったという学生グループが A、B、C 3 組あった。その結果を左表 (単位は mg)、この結果を表計算ソフト EXCEL 付属の分析ツール「分散分析：一元配置」を用いて行った分散分析の結果が右表である。

A	B	C
116.3	115.5	114.8
115.3	115.2	114.1
114.2	115.0	115.8
112.7	114.4	115.3
111.7	113.0	114.5
113.1	115.7	115.4
113.6	116.1	114.2
112.9	112.9	116.0
115.1	115.3	112.0
111.7	112.2	117.1
115.4	113.6	116.4
113.5	112.3	114.8
113.6	114.3	115.7
114.7	114.0	114.0
114.8	112.6	114.6
115.1	114.7	115.8
112.6	115.8	115.4
115.5	113.8	115.3
115.3	115.2	113.8
112.8	116.4	114.5

分散分析：一元配置						
概要						
グループ	標本数	合計	平均	分散		
A	20	2279.9	113.995	1.827868		
B	20	2288	114.4	1.692632		
C	20	2299.5	114.975	1.224079		
分散分析表						
変動要因	変動	自由度	分散	観測された分散比	P-値	F 境界値
グループ間	9.700333	2	4.850167	3.066763	0.054328	3.158846
グループ内	90.147	57	1.581526			
合計	99.84733	59				

問 5-1. 「概要」には A、B、C それぞれについての標本平均・分散が与えられている。A の出した結果から、A の測った瓶の BB 弾の重さの平均とその値の信頼区間はどの程度と推定されるか。信頼区間を標準偏差の±2 倍で評価するものとし、標準偏差の有効数字は 2 ケタ程度でよい。

問 5-2. 全残差 2 乗和  $S_T$  が  $S_T = N \sum (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 + \sum \sum (x_{ij} - \bar{x}_{i.})^2 = S_A + S_e$  のように分解できることを示せ (ここでは  $N=20$ )。また全部で 60 個のデータがあるのに、分散分析表の自由度の合計が 1 つ少ない 59 になる理由を簡潔に記せ。

問 5-3. P-値は分散の比が F 分布に従うとして、それがどの程度の確率で起き得るかを与えている。この結果から A、B、C 3 組の測った BB 弾の瓶について、5%の有意水準でどのような結論を導けるか？