

2009年度 解析力学1 試験問題

(2009年7月29日)

注意: 各答案用紙には、学生番号、氏名、(理学部以外の場合は学部名)を記入すること。
また、答案用紙は重ねて2つに折り提出すること。

I. (基本問題)

力学変数が $q(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots, q_N(t))$ の N 自由度系を考える。この系の Lagrangian を $L(q, \dot{q}, t)$ とする。以下の設問に答えよ。

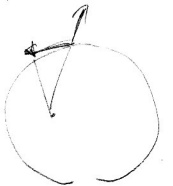
(1) 最小作用の原理から Euler-Lagrange 方程式を導け。

(2) 微少量 $\delta q_i(t)$ を

$$\delta q_i(t) = F_i(q(t), \dot{q}(t)) \varepsilon \quad (\varepsilon \text{ は微小定数})$$

とし、微小変換 $q_i(t) \rightarrow q_i(t) + \delta q_i(t)$ に対する Lagrangian の変化分が

$$\delta L = \frac{d}{dt} Y(q(t), \dot{q}(t), t) \varepsilon$$



という時間についての全微分の形になったとする。この対称性に対応した保存量を与えよ。(その保存量が確かに保存することも示せ。)

II. (Lagrangian の不変性)

Lagrangian が次式で与えられる、3次元空間を動く二つの質点(位置ベクトルが $\mathbf{x}_1(t)$ および $\mathbf{x}_2(t)$) の系を考える:

$$L = \frac{1}{2} m_1 \dot{\mathbf{x}}_1(t)^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{\mathbf{x}}_2(t)^2 - \frac{k(t)}{|\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{x}_2(t)|}$$

ここに、 $k(t)$ は時間 t の関数である。

(1) 関数 $k(t)$ に依らず Lagrangian を(時間に関する全微分項を除き)不変に保つ微小変換を三つ与えよ。(それぞれの微小変換の具体式を与えよ。また、微小変換の下での L の変化分がゼロでない場合は、それが時間についての全微分項である事を示せ。)

(2) 前の(1)で与えた三つの対称性の内の二つについて、対応した保存量を書き下せ。

裏面に第3問がある