

注意

1. 机上には学生証と筆記用具のみを置くこと。参照物の持ち込み不可。
2. 解答には指定された解答用紙1枚を用いること。やむを得ず解答用紙の裏面を用いる場合は、続き方を明示すること。
3. 白紙あるいは評価を受けない解答用紙は提出する必要はない。
4. 提出に際して、解答した問題番号の若いものが上になるように並べ、最も若い解答番号の横に提出する解答用紙の枚数を記すこと。

問題

1

Γ は複素平面 \mathbb{C} の 求長可能な Jordan 閉曲線 で、その 内部に原点を内部に含むもの とする。 k を 整数 とするとき、複素積分

$$\oint_{\Gamma} \frac{\cos z}{z^k} dz$$

場合分けが必要

を求めよ。

2

$f(z)$ が整函数の時、 $\overline{f(z)}$ 、 $\overline{f(\bar{z})}$ 、 $f(\bar{z})$ はそれぞれ、一般に整函数か。理由をつけて答えよ。

$$\cos z = 1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} - \frac{z^6}{6!} + \dots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n}}{(2n)!}$$

$$\frac{z e^{i\theta}}{r e^{i\theta}} d\theta$$

$$\therefore \frac{\cos z}{z^k} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n-k}}{(2n)!}$$

$$f(z) = \frac{\cos z}{z^k}$$