

熱力学 (木曜 1 限・武末)

2011 年 1 月 27 日

以下の設問に答えよ (全 2 問)。解答にあたっては、必要にして十分な説明を日本語 (または英語) で行なうこと。数式を並べただけの答えは採点しない。また、問題文にない記号は何を表すかを明記して用いること。

I. 次の状態方程式に従う n モルの気体について以下の問に答えよ。

$$pV = nRT + nB(T)p \quad (1)$$

ただし、 p は圧力、 V は体積、 T は絶対温度、 R は気体定数を表し、 $B(T) = B_0 \log\left(\frac{T}{T_0}\right)$ (B_0, T_0 は定数) とする。

- (i) この気体の等温圧縮率 $\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{T,n}$ と体膨張率 $\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{p,n}$ を温度 T と圧力 p の関数として表せ。
- (ii) この気体を温度 T の環境に接触させたまま、準静的に圧力を p から $\frac{p}{2}$ に変化させた。このときの気体のエントロピーの変化を求めよ。
- (iii) U を内部エネルギーとすると、 $\eta = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_{U,n}$ は Joule 係数と呼ばれる。状態方程式によらず一般に、

$$\eta = \frac{1}{C_V} \left(p - \frac{T\beta}{\kappa_T} \right)$$

が成り立つことを示せ。ただし、 C_V は定積熱容量を表す。また、この関係式を用いて、式 (1) に従う気体に対する Joule 係数を求めよ。

- (iv) この気体を断熱自由膨張させると、温度はどのように変化するか。
- (v) Joule-Thomson 係数 $\mu = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{H,n}$ (H はエンタルピー) を計算し、Joule-Thomson 膨張における逆転温度を求めよ。

II. 体積 V の真空中の電磁場 (熱輻射) の内部エネルギー U と圧力 p は、それぞれ

$$U = \sigma VT^4, \quad p = \frac{U}{3V}$$

で与えられる。ただし、 T は絶対温度を表し、 σ はある定数である。これを既知として、以下の問いに答えよ。

- (i) 準静的断熱過程により、状態 (T_0, V_0) から状態 (T_1, V_1) へ変化したとすると、 T_0, V_0, T_1, V_1 の間にどのような関係が成り立つか。また、エントロピー S を温度 T と体積 V の関数として求めよ。
- (ii) 熱輻射を作業物質とする Carnot サイクルを考え、各部分過程における仕事と熱の出入りを評価せよ。また、高温の環境の温度を T_H 、低温の環境の温度を T_C とするとき、このサイクルの効率を求めよ。